Wasserbauliches Versuchswesen

Hinweis: Vergl. auch Stauanlagenbau; Potentialtheorie.

Strömungsvorgänge mit Änderungen *entlang mehrerer Koordinatenachsen* sind oft so kompliziert, dass sie einer *vollständigen* Berechnung häufig noch immer nicht zugänglich sind.

Die Rohrströmung kann - obwohl auch die Vorgänge in Rohrleitungen *mehrdimensional* ablaufen - heute praktisch als eine „eindimensionale" Strömung behandelt werden. Dies ist deshalb möglich, weil aus Gründen der einfachen Strömungsberandung (Kreisquerschnitt) in Modelluntersuchungen ein umfangreiches *Beiwertmaterial* gewonnen werden konnte. Damit sind die Abweichungen infolge Mehrdimensionalität von der mittleren Strömungsgeschwindigkeit erfassbar.

Strömungen mit komplizierten Strömungsberandungen müssen aber in der Natur selbst oder in verkleinerten hydraulischen Modellen untersucht werden.

Naturuntersuchungen bzw. solche im Maßstab 1:1 sind immer dann erforderlich, wenn die Anzahl der Einflussgrößen sehr groß bzw. unübersehbar wird.

Die Vorteile von Untersuchungen im verkleinerten Modell sind:

- Die Wiederholbarkeit und Überprüfbarkeit (Reproduzierbarkeit) bestimmter Strömungszustände,
- geringere Kosten als bei Untersuchungen in der Natur.

Kennzeichen für erforderliche Modell- oder Naturuntersuchungen:

- Komplizierte geometrische Berandung von Strömungsfeldern, in denen die Bewegung (in der Ebene o. im Raum) mehrdimensional abläuft.
- Wechselwirkungen zwischen Strömung und Berandung.
- Mehrphasen-Strömungen.

Unterschiedliche Wechselwirkungen:

- Feste Berandung: Reibungseffekte, Strömungsablösungen.
- Veränderliche Berandung (plastische Verformung): Mitgeführte Feststoffe; Luftaufnahme an der Flüssigkeitsoberfläche.
- Elastische Berandung: Hydroelastische Schwingungsvorgänge.

Beispiele:

- Energieumwandlungsanlagen b.Talsperren, Wehren, Schleusen
- Wasserentnahme und Eispeisung (z.B. Kühlwasser)
- HW-Abfluss: Staueffekte von Straßendämmen, Brückenpfeilern
- Wellenausbreitung in Hafenbecken (Hafenresonanz)
- Sedimentationsprobleme, Kolkuntersuchungen
- Hydrodynamische Kräfte an Wasserbauwerken (Stahl, Beton)
- Hydroelastische Schwingvorgänge
- Wellenbelastungen an Bauwerken (Böschungen, Pfahlbauwerke)
- Wasser-Feststoff-Transport in Rohrleitungen (Kohle-, Erz-Sand-Förderung)

Maximaler Durchfluss:

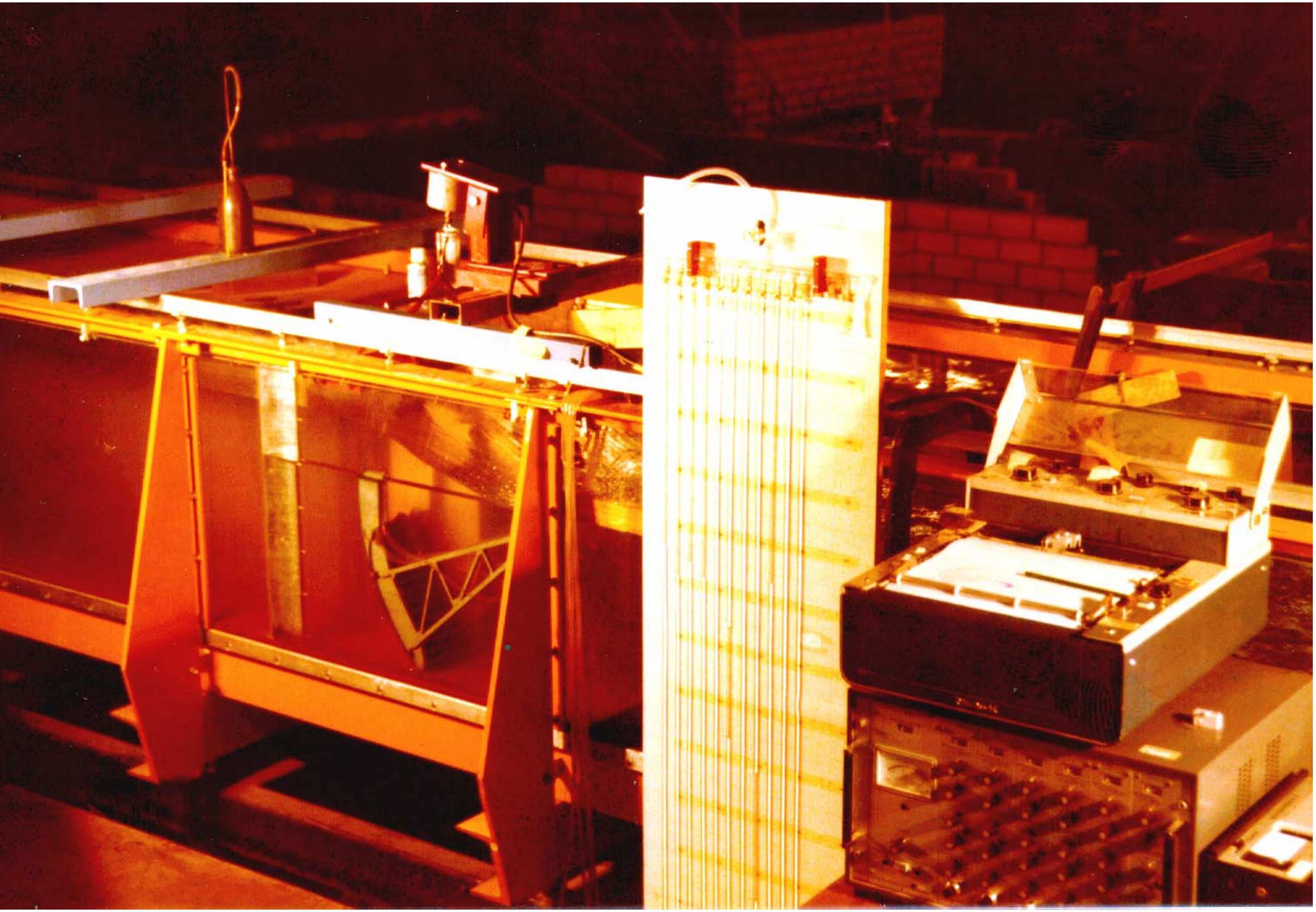
$Q = 0{,}35 m^3/s$

Maximale Modell-Wellenhöhe:

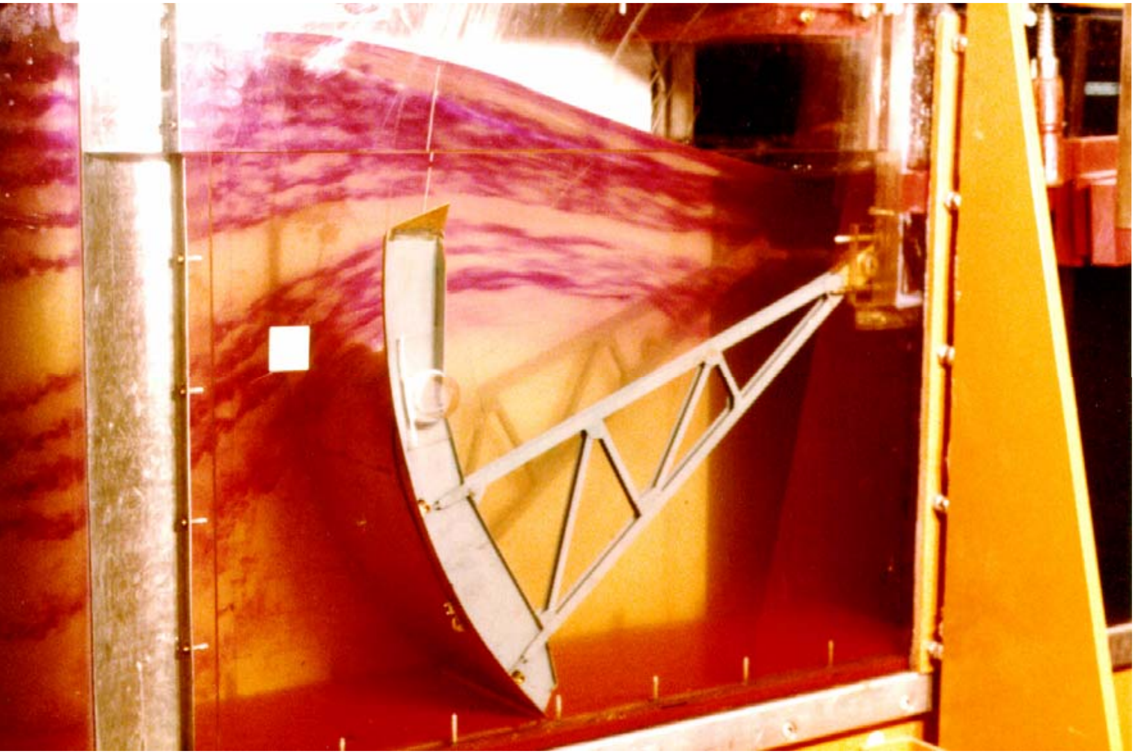
$H = 0{,}2 m$

Kippmechanismus

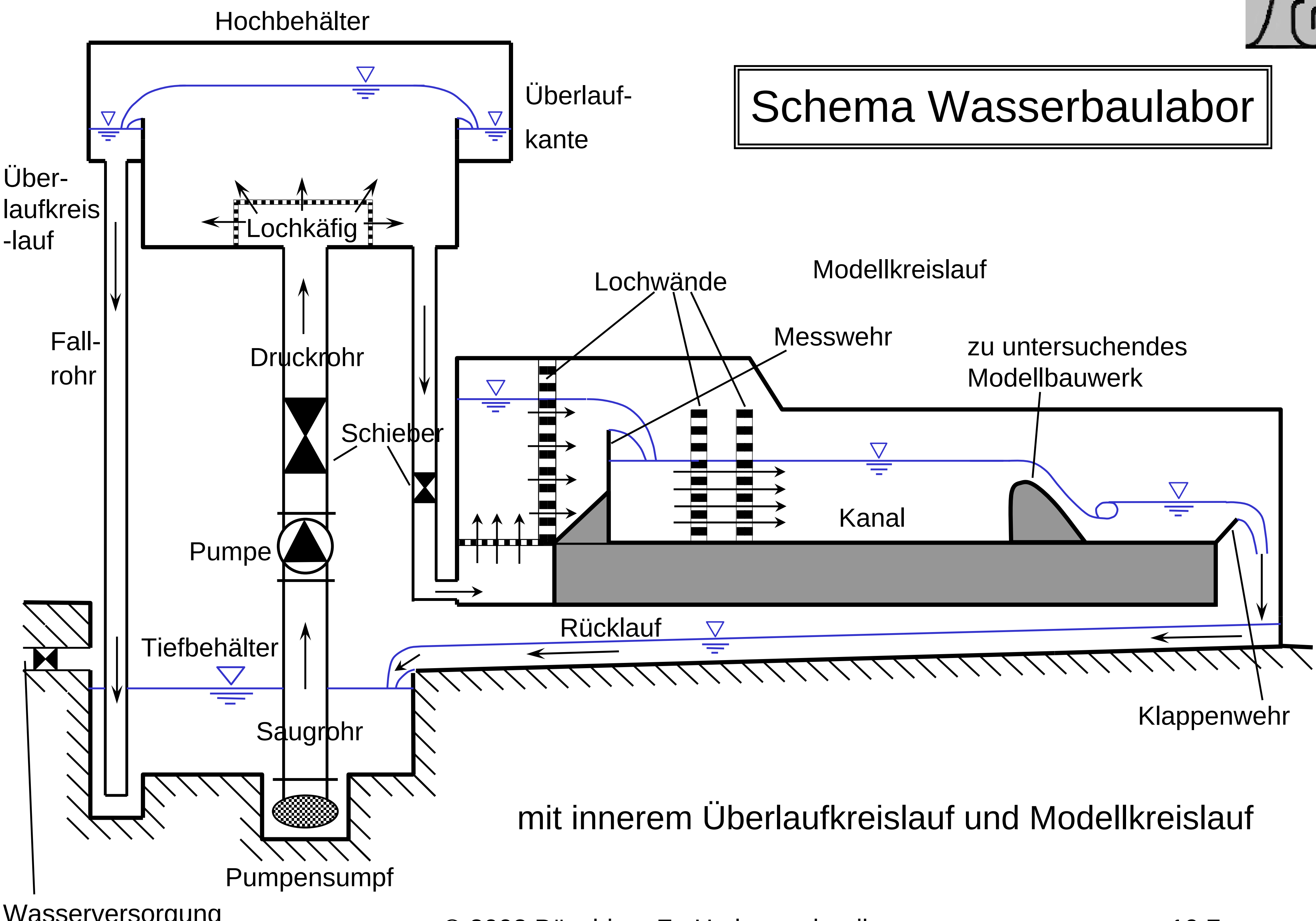
Kombinierter Strömungs- und Wellenkanal im LHK



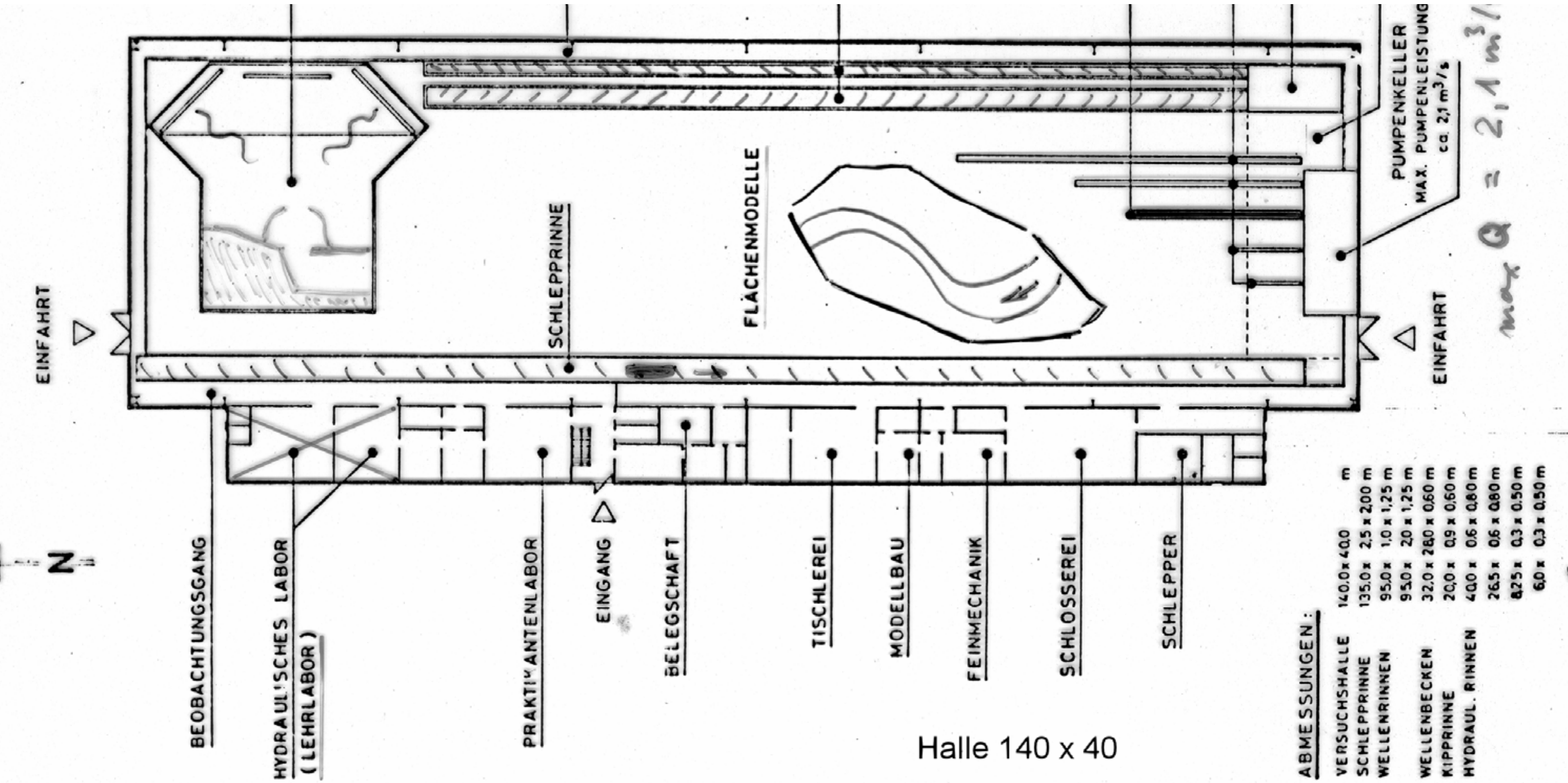
Untersuchung von Wehrströmungen



Schema Wasserbaulabor



mit innerem Überlaufkreislauf und Modellkreislauf



Halle 140 x 40

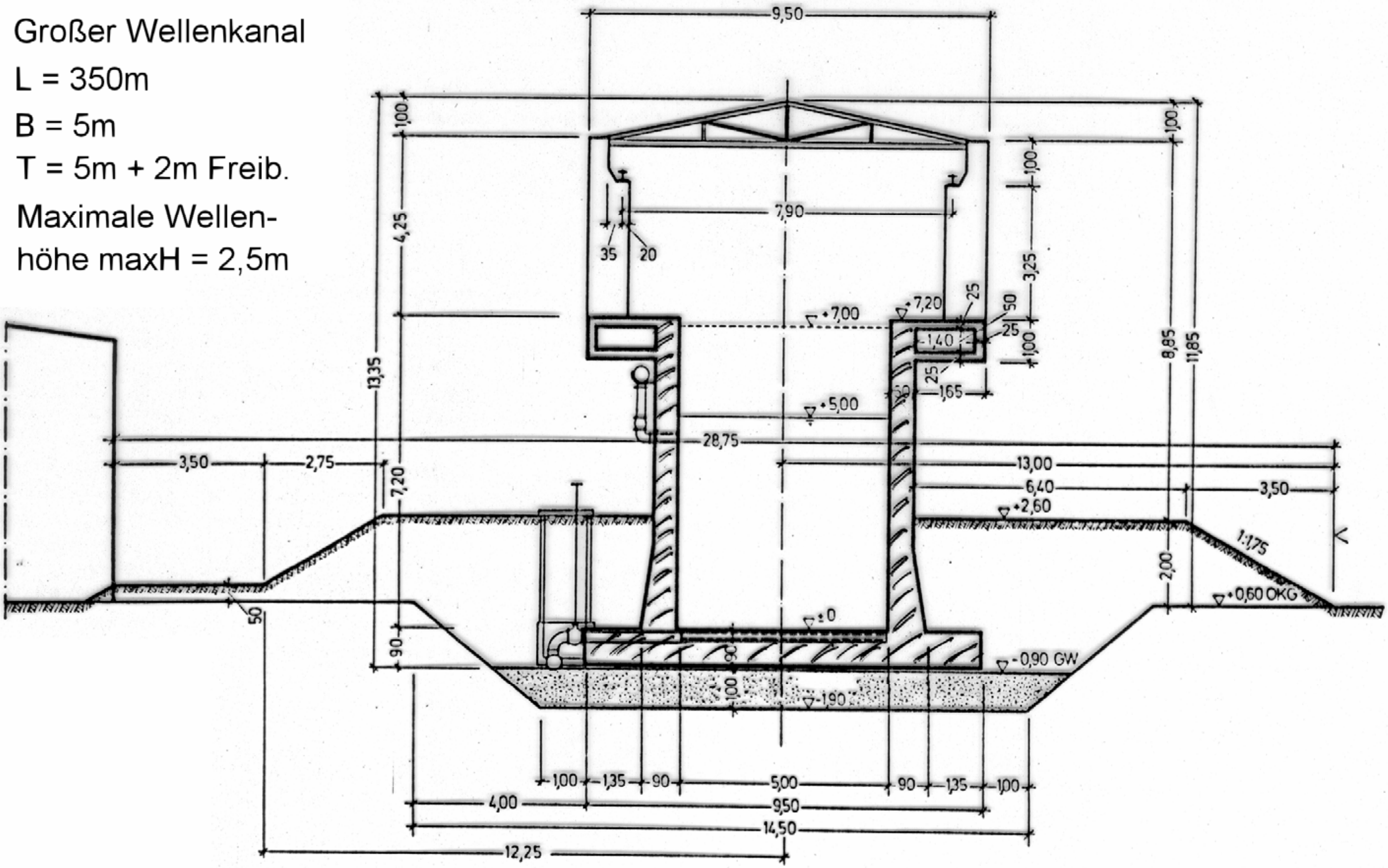
Großer Wellenkanal

L = 350m

B = 5m

T = 5m + 2m Freib.

Maximale Wellenhöhe maxH = 2,5m



Modellgesetze:

Für Bewegungsvorgänge auf der Erde spielen für Festkörper wie für Flüssigkeiten neben anderen Kräften die

Gewichtskräfte	F_S,
Trägheitskräfte	F_T und
Reibkräfte	F_R

eine hervorragende Rolle.

Gewichtskräfte ($F_S = m \cdot g$) sind durch die irdische Schwerebeschleunigung g und die Dichte ρ gekennzeichnet, Trägheitskräfte ($F_T = m \cdot a$) sind ebenfalls durch die Dichte ρ charakterisiert und werden infolge einer Beschleunigung a in einem System erkennbar, während Reibkräfte ($F_R = \tau \cdot A$) der Bewegungsrichtung entgegenwirken und bei Flüssigkeiten oft durch die dynamische Zähigkeit η gekennzeichnet werden können.

Hier sollen nur die genannten Kräfte berücksichtigt werden.

Für Naturvorgänge, die in einem verkleinerten physikalischen Modell nachgebildet werden sollen, ist die geometrische Ähnlichkeit der Modellstruktur mit der naturgroßen Konfiguration eine notwendige Voraussetzung.
Für den Bewegungsablauf selbst muss aber darüber hinaus auch *dynamische* Ähnlichkeit bestehen:
In ähnlich gelegenen Punkten von Modell und Natur müssen die am Bewegungsvorgang beteiligten Kräfte im *gleichen Verhältnis* stehen, damit die *resultierenden* Beschleunigungen einander entsprechender Flüssigkeitsteilchen in beiden Fällen *gleichgerichtet* sind.

Verhältniszahlen:
Der geometrische Maßstab ist gegeben durch das Längenverhältnis $1 : \lambda = l_m : l_n$ bzw. ist die Längenverhältniszahl:

$$\lambda = l_n / l_m \qquad (1).$$

Entsprechend werden definiert als Zeitverhältniszahl:

$$\tau = t_n / t_m \qquad (2)$$

und als Kraftverhältniszahl:

$$\kappa = F_n / F_m \qquad (3).$$

Als abgeleitete Größen folgen daraus zunächst das Geschwindigkeitsverhältnis:

$$\lambda / \tau = v_n / v_m \qquad (4),$$

und das Beschleunigungsverhältnis:

$$\lambda / \tau^2 = a_n / a_m \qquad (5).$$

Unter Verwendung von $F_T = m \cdot a = \rho \cdot V \cdot a$
lautet das Übertragungsverhältnis für die *Trägheitskräfte*

$$\kappa_T = F_n/F_m = \rho_n \cdot \lambda^4/(\rho_m \cdot \tau^2) \qquad (6)$$

Analog sind die Schwerkräfte:

$$F_S = m \cdot g = \rho \cdot V \cdot g.$$

Da die Erdbeschleunigung g sowohl für die Vorgänge im naturgroßen Maßstab als auch im Modell gilt, ist das Übertragungsverhältnis für *Schwerkräfte*

$$\kappa_S = \rho_n \cdot \lambda^3/\rho_m \qquad (7)$$

Die Reibkraft wird unter Verwendung der dynamischen Viskosität $\eta = \nu \cdot \rho$ als Zähigkeitskraft formuliert

$$F_R = \eta \cdot A \cdot dv/dz$$

Darin ist A die Flächeneinheit und dv/dz der Geschwindigkeitsgradient, d.h., die Geschwindigkeitsänderung mit dem Abstand z von der Fläche A.

Das Übertragungsverhältnis für *Reibkräfte* lautet:

$$\kappa_R = \eta_n \cdot \lambda^2 / \left(\eta_m \cdot \tau\right) \qquad (8)$$

Die dynamische Ähnlichkeit erfordert, dass alle Verhältniszahlen der beteiligten Kräfte gleich sein müssen:

$$\kappa_T = \kappa_S = \kappa_R \qquad (9)$$

$$\rho_n \cdot \lambda^4 / (\rho_m \cdot \tau^2) = \rho_n \cdot \lambda^3 / \rho_m = \eta_n \cdot \lambda^2 / \left(\eta_m \cdot \tau\right)$$

Die Division der Gleichung durch $\rho_n \cdot \lambda^3/\rho_m$ führt mit $\nu = \eta/\rho$ auf:

a). $$\frac{\lambda}{\tau^2} = 1 \qquad (10a)$$

b). $$\frac{\nu_n}{\left(\nu_m \cdot \tau \cdot \lambda\right)} = 1 \qquad (10b)$$

c). $$\frac{\nu_n}{\left(\nu_m \cdot \tau \cdot \lambda\right)} = \frac{\lambda}{\tau^2} \qquad (10c).$$

Gleichung (9) wäre ggf. erfüllt für unterschiedliche Flüssigkeiten in der Natur und im Modell für

$$\boxed{\frac{\nu_n}{\nu_m} = \frac{\lambda^2}{\tau}}$$

Werden in Modell und Natur gleiche Flüssigkeiten verwendet ($\nu_m = \nu_n$), kann <u>*vollkommene*</u> *dynamische Ähnlichkeit* in einem verkleinerten Modell <u>nicht</u> erreicht werden, da hierfür die obigen Gleichungen unterschiedliche Lösungen haben:

a). $\tau = \sqrt{\lambda}$

b). $\tau = \dfrac{1}{\lambda}$

c). $\tau = \lambda^2$

Diese sind <u>*nur für $\lambda = 1$*</u> , d.h., für den Naturmaßstab erfüllt.

Näherungen:

I. Bei Vernachlässigung der Reibungskräfte gilt Gleichung (10a). Damit ergibt sich aus Gleichung (4) ($\lambda / \tau = v_n / v_m$):

$$\lambda = \frac{v_n^2}{v_m^2}$$

$$\frac{l_n \cdot g}{l_m \cdot g} = \frac{v_n^2}{v_m^2}$$

$$\boxed{\frac{v_m}{\sqrt{g \cdot l_m}} = \frac{v_n}{\sqrt{g \cdot l_n}} = Fr} \qquad (11)$$

Dynamische Änlichkeit liegt vor, wenn in der Natur und im verkleinerten Modell die FROUDE'schen Zahlen übereinstimmen.

II. Bei Vernachlässigung der Schwerkräfte gilt Gleichung (10c). Damit ergibt sich aus Gleichung (4)($\lambda / \tau = v_n / v_m$):

$$\lambda = \frac{\nu_n \cdot v_m}{\nu_m \cdot v_n}$$

$$\frac{l_n}{l_m} = \frac{\nu_n \cdot v_m}{\nu_m \cdot v_n}$$

$$\boxed{\frac{l_m \cdot v_m}{\nu_m} = \frac{l_n \cdot v_n}{\nu_n} = \mathrm{Re}} \qquad (12)$$

Dynamische Ähnlichkeit liegt vor, wenn in der Natur und im verkleinerten Modell die REYNOLDS'schen Zahlen übereinstimmen.

Beispiele:

Zunächst ist die Frage zu beantworten, ob für den zu untersuchenden Bewegungsvorgang eher die *Reibkräfte* oder eher die *Schwerkräfte* maßgebend bzw. vernachlässigbar sind. Beispielsweise sind bei der *Wasserwellenbewegung* Reibkräfte vernachlässigbar, während bei der Flüssigkeitsbewegung in *geschlossenen Rohrleitungen* (insbesondere bei Öl) die Zähigkeitskräfte im Sinne der Reibung besonders wichtig sind.

Aufgabe: Der Abflussvorgang über ein Wehr wird in einem Modell (Froude) im geometrische Maßstab $1 : \lambda = 1 : 10 = l_m : l_n$ untersucht. Die mittlere Strömungsgeschwindigkeit wurde im Modell-Messquerschnitt mit $v_m = 1{,}2 m/s$ ermittelt. Der auf die Natur übertragende Querschnitt beträgt $30 m^2$. Durchfüsse Q_M und Q_N ?

$$\frac{v_m}{\sqrt{g \cdot l_m}} = \frac{v_n}{\sqrt{g \cdot l_n}}$$

$$\boxed{v_m = \frac{\sqrt{l_m}}{\sqrt{l_n}} \cdot v_n = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{\lambda}} \cdot v_n = \lambda^{-\frac{1}{2}} \cdot v_n}$$

$$\frac{v_m}{\sqrt{l_m}} = \frac{v_n}{\sqrt{l_n}}$$

Die Geschwindigkeiten verhalten sich wie die Quadratwurzeln der Längen.

$$v_m = \frac{\sqrt{l_m}}{\sqrt{l_n}} \cdot v_n = \lambda^{-\frac{1}{2}} \cdot v_n = \frac{1}{\sqrt{10}} \cdot v_n = 0{,}316 \cdot v_n$$

$$\rightarrow v_n = \frac{v_m}{0{,}316} = \frac{1{,}2}{0{,}316} = 3{,}795 \frac{m}{s} > v_m$$

$$Q_n = v_n \cdot A_n = 3{,}795 \cdot 30 = 113{,}84 \frac{m^3}{s}$$

$$Q_m = v_m \cdot A_m = 1{,}2 \cdot \frac{A_n}{\lambda^2} = 1{,}2 \cdot \frac{30}{100} = 0{,}36 \frac{m^3}{s} = 360 \frac{l}{s}$$

Für Rechteckquerschnitte gilt

$$b_n = \lambda \cdot b_m$$

$$h_n = \lambda \cdot h_m$$

$$A_n = \lambda^2 \cdot A_m$$

Zur Bestimmung des Umrechnungsmaßstabes einer Messgröße muss deren Dimension unter Verwendung der oben definierten Verhältniszahlen formuliert werden:

Z.B. für eine im Modell (Medium Wasser) gemessene *Kraft*:

$$F = m \cdot a = \rho \cdot \lambda^3 \cdot \frac{\lambda}{\tau^2} = \rho \cdot \lambda^2 \cdot \frac{\lambda^2}{\tau^2}$$

Nach Froude verhalten sich die Geschwindigkeitsquadrate wie die Längen, vergl. 19.16:

$$\boxed{\frac{\lambda^2}{\tau^2} = \lambda \text{ bzw.} \frac{\lambda}{\tau} = \sqrt{\lambda}}$$

Die Verhältniszahl für die Übertragung von Kräften wird dann λ^3.

Z.B.:Geometrie 1:λ = 1:10, Übertragung der Kräfte 1:λ^3 = 1: 1000.

Nach Reynolds verhalten sich die Geschwindigkeiten *reziprok* zu den Längen (19.17):

$$\boxed{\frac{\lambda}{\tau} = \frac{1}{\lambda}}$$

Z.B. geometrisch 1:λ = 1:10, Übertragung der Geschwindigkeiten 1:λ^{-1}= 1: 0,1.

Die Verhälniszahl für die Übertragung von Kräften wird $\lambda^0 = 1$.

Beispiel Druckspannung:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{\rho \cdot \lambda^3 \cdot \lambda}{\tau^2 \cdot \lambda^2} = \rho \cdot \frac{\lambda^2}{\tau^2}$$

Froude-Übertragung: $\lambda^1 = \lambda$

Z.B.:Geometrie 1:λ = 1:10, Übertragung der Drücke 1:λ = 1:10.

Reynolds-Übertragung: $\frac{1}{\lambda^2} = \lambda^{-2}$

Z.B.:Geometrie 1:λ = 1:10,
Übertragung der Drücke 1:λ^{-2} = 1: 0,01.

D.h., Drücke im Modell größer als in der Natur !!

Aufgabe: Die Anströmung eines Brückenpfeilers v_n = 5m/s soll im geometrischen Maßstab 1:λ = 1: 5 nachgebildet werden. Die Flüssigkeiten in der Natur und im Modell sind gleich.

$$v_m = 5 \cdot 5 = 25 \frac{m}{s}$$ Reynolds

Aufgabe:

Zur Ermittlung der Belastung, die durch eine Ölströmung mit $v_n \leq 2m/s$ im Gehäuse eines Schiffsdieselmotors auf einen kreiszylindrischen Temperaturfühler (sprödes Halbleitermaterial !) ausgeübt wird, soll ein Modellversuch mit dem Medium Wasser durchgeführt werden.

Welchen Grenzwert kann der geometrische Maßstab 1 : λ gerade noch annehmen, wenn Modellströmungsgeschwindigkeiten nur bis $v_m \leq 5m/s$ erzeugt werden können ?

Gegeben:

Natur: Öl-Temperatur t_n = 100° C $\rightarrow \nu_{Öl} = 10^{-5} = 10 \cdot 10^{-6} m^2/s$

Fühler-Durchmesser D_n = 0,01m $v_n \leq 2m/s$

Modell: Wasser-Temperatur t_m = 20° C $\rightarrow \nu_W = 10^{-6} m^2/s$

$v_m \leq 5m/s$

$$\mathrm{Re}_n = \frac{v_n \cdot D_n}{\nu_n} = \frac{2 \cdot 0{,}01}{10^{-5}} = 2 \cdot 10^{-3} = 2000 < 10^5 \rightarrow \text{laminar !}$$

Reynoldssches Ähnlichkeitsgesetz anwendbar, da Reibungseffekte nicht zu vernachlässigen.

$$\boxed{\mathrm{Re} = \frac{v_n \cdot D_n}{\nu_n} = \frac{v_m \cdot D_m}{\nu_m}}$$

Darin ist der geometrische Maßstab enthalten

$$1 : \lambda = D_m : D_n \quad \text{bzw.} \quad \lambda = \frac{D_n}{D_m}$$

$$\lambda = \frac{D_n}{D_m} = \frac{\nu_n \cdot v_m}{\nu_m \cdot v_n} = \frac{10 \cdot 10^{-6} \cdot 5}{10^{-6} \cdot 2} = \frac{50}{2} = 25$$

Der Maßstab ist bei v_m = 5m/s zumindest $1 : \lambda = 1 : 25 = D_m : D_n$

Bei größerem Maßstab wird die Geschwindigkeit im Modell kleiner:

$$\lambda = 10 = \frac{D_n}{D_m} = \frac{\nu_n \cdot v_m}{\nu_m \cdot v_n} = \frac{10 \cdot 10^{-6} \cdot v_m}{10^{-6} \cdot 2} \rightarrow v_m = v_n = 2m/s$$

$$\lambda = 5 = \frac{D_n}{D_m} = \frac{\nu_n \cdot v_m}{\nu_m \cdot v_n} = \frac{10 \cdot 10^{-6} \cdot v_m}{10^{-6} \cdot 2} \rightarrow v_m = 1m/s$$